

Олимпиада-2019

6 класс. Решения

Некоторые задачи можно решать несколькими способами. Предлагается один из способов.

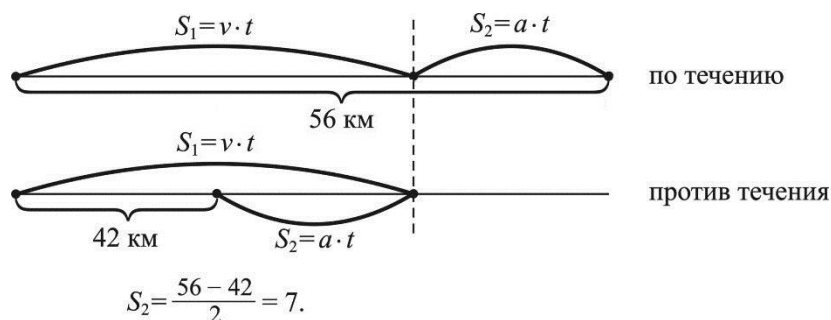
1. Сумма подразумевает наличие хотя бы двух слагаемых. Проверим, можно ли представить 2019 в виде суммы двух слагаемых, произведение которых делится на 2019. $2019 = 3 \cdot 673$. Если произведение двух чисел делится на 3, то хотя бы одно из них делится на 3. Тогда одно слагаемое и сумма делятся на три, значит, второе слагаемое тоже должно делиться на 3. Аналогично получаем, что оба слагаемых должны делиться на 673. Но тогда каждое слагаемое в сумме делится на 2019, что невозможно. Следовательно, минимально возможное число слагаемых – 3. Например, $2019 = 673 + 27 + 1319$. Возможны другие примеры.

Сумма должна содержать слагаемое, кратное 673, и слагаемое, кратное 3. Наибольшее возможное число слагаемых получится, если сумма содержит максимально возможное количество чисел 1. Следовательно, наибольшее возможное число слагаемых 1345:

$$2019 = 673 + 3 + \underbrace{1 + \dots + 1}_{1343}$$

Ответ: наименьшее – 3; наибольшее – 1345.

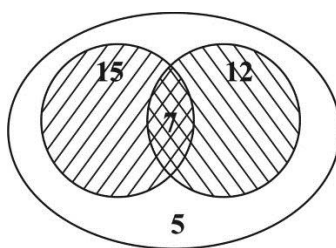
2. Решение можно проиллюстрировать схемой (v – скорость катера; a – скорость течения).



Итак, за то же время плот проплывет 7 км.

Ответ: 7 км.

3. Отвлекаются от урока $25 - 5 = 20$ учеников класса. Рисуют на парте и делают самолетики одновременно $15 + 12 - 20 = 7$ учеников.



Ответ: 7 учеников.

4. Катя точно оплатила 50 открыток, но не могла оплатить 100, иначе у нее было бы больше 105 открыток. К 50 оплаченным открыткам бесплатно добавили $10 \cdot 1 + 3 = 13$ открыток. Остается $105 - 63 = 42$ открытки. $42 = 6 \cdot 7$, следовательно, Катя купила $7 \cdot 5 = 35$ открыток и еще 7 получила в подарок. Итого, Катя потратила на открытки $(50 + 35) \cdot 2 = 170$ рублей.

Ответ: 170 рублей.

5. Прав Винтик. Квадрат со стороной 1 можно разбить на $100 \times 100 = 10000$ квадратов со стороной 0,01. Сумма их периметров будет равна $4 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 0,01 = 400$. Если теперь уменьшить сторону каждого из квадратов на 0,001, то сумма периметров станет равной $4 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 0,009 = 360 > 200$, при этом квадраты не будут иметь общих точек.

Ответ: прав Винтик.